Emilia Poll

Memorator de fizică

- pentru clasele 9-12 -

Booklet

Cuprins

Editura Booklet
www.booklet.ro

Pentru comenzi:
tel: 021 430.3095
email: comenzi@booklet.ro
web: www.booklet.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
POLL, EMILIA
Memorator de fizică: pentru clasele 9-12 / Emilia Poll Ed. rev.
- Bucureşti : Booklet, 2018
Bibliogr.
ISBN 978-606-590-644-0

53(075)

CNI CORESI
Tipărit la C.N.I. „CORESI" S.A.

1. Vectori

1.1. Noțiuni fundamentale

Noțiunea de vector, introdusă de **SIMON STEVIN** (1548-1620) provine din limba latină și înseamnă „*purtător*".

Definiție: ***Vectorul*** *este un segment de dreaptă orientat, caracterizat prin următoarele elemente:*
- ***punct de aplicație*** *(punctul A);*
- ***direcție*** *(dreapta Δ);*
- ***sens*** *(indicat de săgeată);*
- ***modul*** *(lungimea segmentului AB).*

Se notează cu $\overrightarrow{AB}$ *sau* $\vec{v}$ *(vezi fig. 1)*

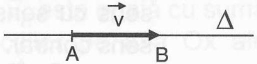


fig. 1 - vector - reprezentare geometrică

Clasificare:

Vectorii pot fi: - **legați** (punct de aplicație fix);
- **alunecători** (dreapta suport este fixată, dar punctul de aplicație poate fi deplasat în lungul acestei drepte);
- **liberi** (punctul lor de aplicație poate fi deplasat oriunde în spațiu, suportul lor rămânând paralel cu aceeași dreaptă).

Definiție: ***Versorul (vectorul unitar)*** *al unui vector* $\vec{a}$ *este un vector având direcția și sensul vectorului* $\vec{a}$, *iar modulul egal cu unitatea:*

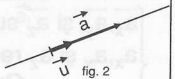
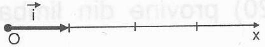


fig. 2

$$\vec{a} = a \cdot \vec{u}$$

__Versorul unei axe__ este un vector care are modulul egal cu unitatea de lungime pe axă; direcția aceeași cu a axei; sensul același cu sensul pozitiv al axei; punctul de aplicație în originea axei (O).

Exemplu:



Pentru axele Ox, Oy și Oz vectorii corespunzători se notează cu $\vec{i}$, $\vec{j}$ și respectiv $\vec{k}$.

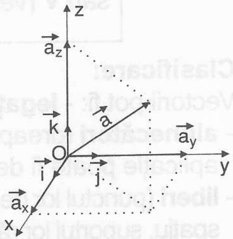
Expresia analitică a unui vector:

Orice vector situat pe axa Ox poate fi scris sub forma:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i}$$

unde - a_x este proiecția vectorului $\vec{a}$ pe axa Ox; această proiecție este pozitivă dacă vectorul are același sens cu sensul pozitiv al axei și negativă în sens contrar.

Într-un sistem ortogonal de axe Oxyz, un vector $\vec{a}$ poate fi scris astfel: $\vec{a} = \vec{a_x} + \vec{a_y} + \vec{a_z}$



$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

cu $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

unde:

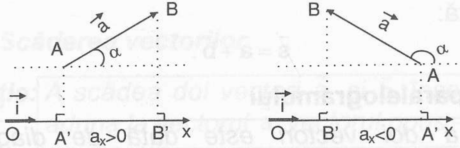
- $\vec{a_x}, \vec{a_y}$ și $\vec{a_z}$ sunt componentele vectorului $\vec{a}$ pe cele 3 axe
- a_x, a_y și a_z reprezintă proiecțiile vectorului $\vec{a}$ pe cele 3 axe Ox, Oy Oz
- $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - sunt versorii axelor Ox, Oy și Oz

Proiecția unui vector $\vec{a}$ pe axa Ox de versor $\vec{i}$, este numărul real a_x definit de relația:

$$a_x = \vec{a} \cdot \vec{i} = a \cdot \cos\alpha$$

unde α este unghiul format de vectorul $\vec{a}$ cu axa Ox.

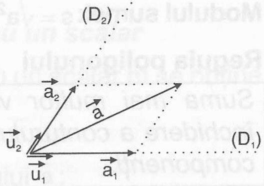
Dacă $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ proiecția este pozitivă, iar dacă $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ proiecția este negativă.



Teoremă: Proiecția pe o axă Ox a sumei $\vec{S}$ a vectorilor $\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_n$ este egală cu suma algebrică a proiecțiilor pe axa Ox ale vectorilor $\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_n$: $S_x + v_{1x} + v_{2x} + ... + v_{nx}$

Descompunerea unui vector după două direcții concurente:

A descompune un vector $\vec{a}$ după două direcții concurente (D_1) și (D_2), de versori $\vec{u}_1$ și $\vec{u}_2$, înseamnă a afla doi vectori $\vec{a}_1$ și $\vec{a}_2$, orientați după direcțiile D_1 și respectiv D_2, astfel încât:



$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = a_1 \cdot \vec{u}_1 + a_2 \cdot \vec{u}_2.$$

Vectorii $\vec{a}_1$ și $\vec{a}_2$ se numesc componentele vectorului $\vec{a}$ după direcțiile D_1, respectiv, D_2.

1.2. Operații cu vectori

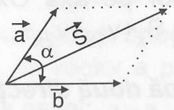
1.2.1. Adunarea vectorilor

În urma adunării a doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ se obține tot un vector, notat cu $\vec{s}$, numit vector rezultant sau rezultantă:

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}.$$

Regula paralelogramului

Suma a doi vectori este dată de diagonala paralelogramului construit cu cei doi vectori componenți ca laturi, având origine comună.

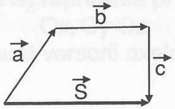


$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$

Modulul sumei: $s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2a \cdot b \cdot \cos\alpha}$ unde $\alpha = \widehat{(\vec{a},\vec{b})}$.

Regula poligonului

Suma mai multor vectori este dată de linia de închidere a conturului poligonal construit cu vectorii componenți.



$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

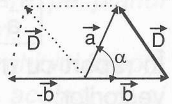
Proprietățile adunării vectorilor

1. adunarea vectorilor este **comutativă**: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
2. adunarea vectorilor este **asociativă**: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
3. adunarea vectorilor este **distributivă**: dacă m și n sunt numere reale, atunci:
   $m(\vec{a} + \vec{b}) = m \cdot \vec{a} + m \cdot \vec{b}$
   $(m + n)\vec{a} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{a}$

1.2.2. Scăderea vectorilor

Definiție: *A scădea doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ înseamnă a aduna la vectorul $\vec{a}$ vectorul opus $-\vec{b}$.*

$$\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$$



Modulul vectorului diferență este dat de relația:

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha} \quad \text{unde} \quad \alpha = \widehat{(\vec{a},\vec{b})}$$

Scăderea vectorilor este anticomutativă $(\vec{a} - \vec{b}) = -(\vec{b} - \vec{a})$.

1.2.3. Înmulțirea unui vector cu un scalar

Prin înmulțirea unui vector $\vec{a}$ cu un scalar m se obține un vector $m\vec{a}$ care are:

- **modulul** egal cu $|m| \cdot |\vec{a}|$;
- **direcția** aceeași cu a vectorului $\vec{a}$;
- **sensul** dat de semnul lui m, astfel:
  - dacă m>0, sensul va fi același cu $\vec{a}$;
  - dacă m<0, sensul va fi opus lui $\vec{a}$.

Proprietățile înmulțirii vectorilor cu scalari:

1. înmulțirea unui vector cu un scalar este **asociativă**:
$m(n\vec{a}) = (mn)\vec{a}$

2. înmulțirea unui vector cu un scalar este **distributivă**:
$m(\vec{a}+\vec{b}) = m\vec{a}+m\vec{b}$
$(m+n)\vec{a} = m\vec{a}+n\vec{a}$

1.2.4. Produsul scalar a doi vectori

Definiție: *Produsul scalar a doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ este numărul real, notat $\vec{a}\cdot\vec{b}$, egal cu produsul modulelor celor doi vectori prin cosinusul unghiului dintre ei:*

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\alpha \qquad unde\ \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b})$$

În raport cu un sistem triortogonal, produsul scalar al vectorilor:

$\vec{a} = a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$ și

$\vec{b} = b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}$

se va scrie:

$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x\cdot b_x + a_y\cdot b_y + a_z\cdot b_z$.

S-a ținut cont că: $\vec{i}\cdot\vec{i} = \vec{j}\cdot\vec{j} = \vec{k}\cdot\vec{k} = 1$ și $\vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{k} = \vec{k}\cdot\vec{i} = \vec{0}$.

Proprietățile produsului scalar

1. produsul scalar este **comutativ**: $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$.
2. $\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot pr_{\vec{a}}\vec{b} = b\cdot pr_{\vec{b}}\vec{a}$
3. produsul scalar este **distributiv** față de adunarea vectorilor: $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$.

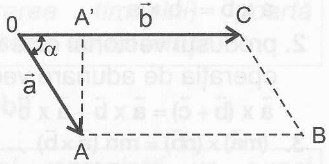
4. produsul scalar al unui vector prin el însuși este dat de relația: $\vec{a}\cdot\vec{a} = \vec{a}^2 = a^2$.
5. $(m\vec{a})\cdot(n\vec{b}) = m\cdot n\,\vec{a}\cdot\vec{b}$.
6. $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ dacă $\vec{a} = 0$ sau $\vec{b} = 0$, sau dacă $\vec{a}$ este perpendicular pe $\vec{b}$.

1.2.5. Produsul vectorial a doi vectori

Definiție: *Produsul vectorial a doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$, notat prin $\vec{c} = \vec{a}\times\vec{b}$, este definit ca un vector caracterizat prin următoarele elemente:*

- ***modulul*** $|\vec{c}| = c = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\alpha$, unde $\alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b})$;
- ***direcția*** *este perpendiculară pe planul determinat de cei doi vectori;*
- ***sensul*** *este dat de regula burghiului (drept);*
- ***punctul de aplicație*** *este același cu al vectorilor componenți sau în vârful unuia dintre ei.*

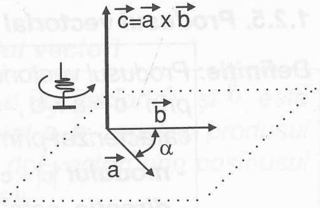
Obs.: Modulul produsului vectorial este numeric egal cu aria paralelogramului având ca laturi cei doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$.



$$\mathcal{A}_{OABC} = \overline{OC}\cdot\overline{AA'} = a\cdot b\cdot\sin\alpha$$

Regula burghiului:

Se așază burghiul perpendicular pe planul format de cei doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ și se rotește astfel ca vectorul $\vec{a}$ să se suprapună peste vectorul $\vec{b}$ pe drumul cel mai scurt. Sensul de înaintare al burghiului va fi și sensul produsului vectorial.



În raport cu un sistem triortogonal, produsul vectorial al vectorilor:
$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$ și
$\vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}$ se poate scrie:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}=(a_yb_z-a_zb_y)\vec{i}+(a_zb_x-a_xb_z)\vec{j}+(a_xb_y-a_yb_x)\vec{k}$$

Proprietățile produsului vectorial:

1. produsul vectorial este **anticomutativ**:
   $\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$.
2. produsul vectorial este **distributiv** în raport cu operația de adunare vectorială:
   $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$.
3. $(m\vec{a})\times(n\vec{b})=mn\,(\vec{a}\times\vec{b})$.
4. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$ dacă $\vec{a}=\vec{0}$ sau $\vec{b}=\vec{0}$, sau dacă $\vec{a}$ este paralel cu $\vec{b}$ (cu $\vec{a}\neq\vec{0}$ și $\vec{b}\neq\vec{0}$).

2. Noțiuni de cinematica punctului material

2.1. Mișcare și repaus. Sistem de referință

Definiție: *Schimbarea în timp a poziției unui corp față de alte corpuri, considerate fixe, se numește **mișcare mecanică**.*

Definiție: *Un corp se află în **repaus** în raport cu alte corpuri dacă poziția sa față de acele corpuri, considerate fixe, nu se modifică.*

Starea de repaus sau de mișcare are caracter relativ.

Definiție: *Ansamblul format dintr-un sistem de coordonate (un corp de referință și o riglă pentru determinarea poziției) și un ceasornic (pentru măsurarea timpului) poartă denumirea de **sistem de referință**.*

2.2. Punct material. Mobil

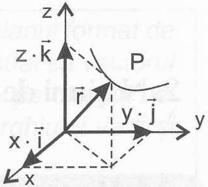
Definiție: *Punctul material reprezintă un punct geometric caracterizat doar de masa corpului real studiat.*

Este o noțiune ideală.

Definiție: *Mobil reprezintă orice corp aflat în mișcare.*

2.3. Vectorul de poziţie şi vectorul deplasare

Poziţia unui punct P(x,y,z) este reperată prin vectorul său de poziţie $\vec{r}=\overrightarrow{OP}$, caracterizat prin:



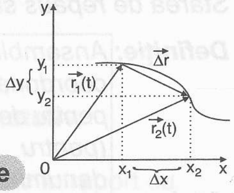
1. **modul** (sau mărime) dat de lungimea $r=OP$ a segmentului orientat $\overrightarrow{OP}$.
2. **direcţie**, dată de dreapta definită de punctele O şi P.
3. **sens**, dat de succesiunea O-P, origine-mobil.

Vectorul de poziţie se poate scrie ca suma vectorială a componentelor sale pe cele trei axe de coordonate $\vec{r}=x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}+z\cdot\vec{k}$

Definiţie: ***Vectorul deplasare*** *al unui punct material faţă de un sistem de referinţă considerat reprezintă variaţia vectorului de poziţie într-un interval de timp stabilit.*

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta x=x_2-x_1\\ \Delta y=y_2-y_1\end{cases}$$

$$[\Delta r]_{SI}=m$$



2.4. Legea mişcării. Traiectorie

Definiţie: ***Legea mişcării (sau ecuaţia cinematică a mişcării unui mobil)*** *reprezintă relaţia matematică care stabileşte dependenţa de timp a vectorului său de poziţie:*

(1) $\vec{r}(t)=x(t)\cdot\vec{i}+y(t)\cdot\vec{j}+z(t)\cdot\vec{t}$

respectiv a coordonatelor poziţiei sale:

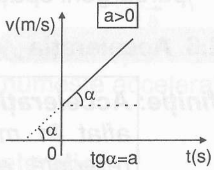
(2) $x=x(t),\ y=y(t)\ z=z(t)$.

Definiţie: ***Traiectoria*** *este curba descrisă de un mobil.*

Ecuaţia traiectoriei mobilului în raport cu un sistem de axe *Oxyz* se obţine prin eliminarea lui *t* din ecuaţiile (2).

2.5. Viteza

Definiţie: ***Viteza medie*** *a unui punct material aflat în mişcare în raport cu un sistem de referinţă, este mărimea fizică vectorială definită ca raportul dintre vectorul deplasare şi intervalul de timp considerat.*



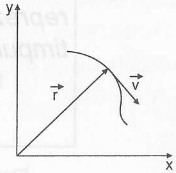
$$\vec{v}_m=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Vectorul viteză medie are direcţia şi sensul vectorului deplasare.

Definiţie: ***Viteza momentană*** *(sau* ***instantanee****) reprezintă derivata vectorului de poziţie în raport cu timpul:*

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$

Vectorul viteză momentană are direcţia tangentei la traiectorie şi sensul mişcării mobilului.



Unitatea de măsură pentru viteză:

$$[v]_{SI}=\frac{[\Delta r]_{SI}}{[\Delta t]_{SI}}=\frac{m}{s}$$